- g est continue et strictement croissante sur

$]-\infty,-1[$ et $g(]-\infty,-1[)=]-\infty,2[$

Comme $0 \in]-\infty,2[$ alors l'équation

$g(x)=0$ admet

une solution unique α dans $]-\infty,-1[$

Conclusion : L'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α dans IR

- $g(-1,7) \simeq -0,156$ et $g(-1,6) \simeq 0,488$

$g(-1,7) \times g(-1,6) < 0$ donc : $\boxed{-1,7 < \alpha < -1,6}$

c)

x	$-\infty$	α	$+\infty$
Signe de $g(x)$	$-$	0	$+$

2) a) $x \in IR \setminus \{1\}$; $f(x)=\dfrac{1+x}{1-x^3}$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{1+x}{1-x^3}=\lim_{x\to-\infty}-\frac{x}{x^3}=0$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{1+x}{1-x^3}=\lim_{x\to+\infty}-\frac{x}{x^3}=0$$

Comme :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$1-x^3$	$+$	0	$-$

$$\lim_{x\to1^-} f(x)=\lim_{x\to1^-}\frac{1+x}{1-x^3}=\frac{2}{0^+}=+\infty$$

$$\lim_{x\to1^+} f(x)=\lim_{x\to1^+}\frac{1+x}{1-x^3}=\frac{2}{0^-}=-\infty$$

Interprétation : les droites $y=0$ et $x=1$ sont deux asymptotes pour la courbe de f

b) $f'(x)=\dfrac{(1+x)'(1-x^3)-(1+x)(1-x^3)'}{(1-x^3)^2}$

$$f'(x)=\frac{1-x^3-(1+x).(-3x^2)}{(1-x^3)^2}=\frac{2x^3+3x^2+1}{(1-x^3)^2}$$

Donc $\forall x \in IR \setminus \{1\}$ $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(1-x^3)^2}$

c) Le signe de $f'(x)$ et celui de $g(x)$ (voir 2 – a)

x	$-\infty$	α	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$+$	$+$	
$f(x)$	0 ↘	$+\infty$ ↗ $f(\alpha)$	$-\infty$ ↗	0

- h la restriction de f à l'intervalle $]1,+\infty[$

a) h est continue et strictement croissante sur $]1,+\infty[$

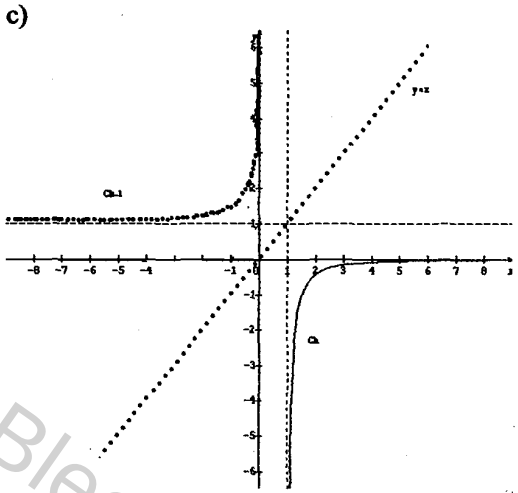
d'où h réalise une bijection de $]1,+\infty[$ sur $]-\infty,0[$

b) $h(2)=\dfrac{3}{1-8}=-\dfrac{3}{7}$

- $(h^{-1})'(-\dfrac{3}{7})=\dfrac{1}{h'\left[(h^{-1})(-\frac{3}{7})\right]}=\dfrac{1}{h'(2)}=\dfrac{1}{\frac{29}{(-7)^2}}$

D'où $\boxed{(h^{-1})'(-\dfrac{3}{7})=\dfrac{49}{29}}$

c)



Exercice n° 17

$\forall x \in [-1,0]$, $g(x)=2x^3-3x^2+3$

a) $\forall x \in [-1,0]$, $g'(x)=6x^2-6x \succ 0$

x	-1		0
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	-2	↗	3

b) g est continue et strictement croissante sur $[-1,0]$ d'où g réalise une bijection de $[-1,0]$ sur $[-2,3]$ donc admet une fonction réciproque définie sur[-2,3].

c) $g(]-1,0[)=]-2,3[$, comme $0 \in]-2,3[$ et g est

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn